國立高雄師範大學 100 學年度學士班轉學生招生考試試題

系所別：數學、物理、光通、電子、軟工等系二年級

科　目：微積分（第一頁，共二頁）

※注意：1. 不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在答案卷上，於本試題上作答者，不予計分。

2. 限用藍色或黑色之鋼筆、原子筆作答，除製圖外，以鉛筆或其他顏色作答者不予計分。

一、填空題：

1. Find the value of the following problems :（12%）

(a) $\lim_{h\to 0}\dfrac{\tan^{-1}(1+h)^3-\dfrac{\pi}{4}}{h}$ = _____ ; (b) $\lim_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{3}{x}+\dfrac{5}{x^2}\right)^x$ = _____

(c) $\dfrac{d}{dx}|x|^{\sin x}$ = _____ $\forall\, x\neq 0$;

2. What is the value of k that makes the function $f(x)=\begin{cases}\dfrac{9x-3\sin 3x}{5x^3}, & x\neq 0\\ k, & x=0\end{cases}$

continuous at $x=0$? k = _____ .（6%）

3. Let $f(x)=\begin{cases}x^2+a & if\ \ x>-2\\ 4 & if\ \ x=-2\\ mx+b & if\ \ x<-2\end{cases}$. Find the values of a,m,b that make f differentiable everywhere. (a,m,b) = _____ .（6%）

4. Suppose $F(x)=\int_{x^2}^{2}\sqrt{3^t+4}\,dt$ and $x\geq 0$. If F^{-1} is the inverse function of F, then the value $\left(F^{-1}\right)'(0)$ = _____ .（6%）

5. Find the area of the region between the x-axis and the graph of $f(x)=x^3-x^2-2x$, $-1\leq x\leq 2$? _____ .（6%）

（背面有題　續翻背面）

系所別：數學、物理、光通、電子、軟工等系二年級

科　目：微積分（第二頁，共二頁）

6. Evaluate $\int_0^{\pi/4}(1+\cos 4x)^{1/2}dx=?$_____ . （6%）

7. What is the convergent interval of the power series $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{x^n}{n}$? _____ .（6%）

8. Evaluate $\iint_R e^{\frac{1}{2}(x^2+y^2)}dydx$, where R is the semicircular region bounded by the x-axis and the curve $y=\sqrt{1-x^2}$. _____ . （6%）

9. Find the tangent plane of the surface $f(x,y,z)=x^2+y^2+z^2-14$ at the point $(1,2,3)$ _____ . （6%）

二、計算及證明題：（***需要***寫出演算或證明過程，只寫答案不予計分）：

1. Suppose f is a function that satisfies the equation $f(x+y)=f(x)+f(y)+x^2y+xy^2$ for all real numbers x and y. Suppose also that $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=1$. Then $f'(x)=$ _____. （10%）

2. Evaluate the limit $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{n}\sqrt{n+1}}+\frac{1}{\sqrt{n}\sqrt{n+2}}+\cdots\cdots+\frac{1}{\sqrt{n}\sqrt{n+n}}\right)$. （10%）

3. Find the maximum and minimum values of $f(x,y)=x^2+y^2-2x-2y+5$ on the closed region $R=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 9\}$ （10%）

4. Let $f(x,y)=\begin{cases}\frac{xy}{x^2+y^2}, & (x,y)\neq(0,0)\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ （10%）

(i) Show that f_x and f_y exist at (0, 0)

(ii) Is $f(x)$ differentiable at (0, 0)? (You have to explain the reason for your answer.)