

# 國立高雄師範大學 101 學年度學士班轉學生招生考試試題

系所別：數學、物理、光電與通訊工程、電子工程、軟體工程等學系二年級

科目：微積分

※注意：1.不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在答案卷上，於本試題上作答者，不予計分。

2.限用藍色或黑色之鋼筆、原子筆作答，以鉛筆或其他顏色作答者不予計分。

一、 填空題：(每題 5%，共 30%；不需要寫出演算過程)

1.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \cos(1 - \sin x)}{(x - \frac{\pi}{2})^4} = \underline{\hspace{2cm}}$

2. 符號  $[a]$  表示為不大於  $a$  的最大整數， $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^3 \left[ \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} \right] = \underline{\hspace{2cm}}$

3. If  $f(x) = \begin{cases} e^x + ax, & x < 0 \\ b(x-1)^2, & x \geq 0 \end{cases}$  is differentiable at 0, then  $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$

4. What is the interval of convergence of the power series  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1)2^n}$ ?  $\underline{\hspace{2cm}}$

5. Find the minimum value of  $f(x, y) = 4x^2 + 9y^2$ , subject to  $2x + 3y = 6$ .  $\underline{\hspace{2cm}}$

6. If  $|x| < 1$ , then find  $\sum_{n=2}^{\infty} n(n-1)x^{n-2} = \underline{\hspace{2cm}}$

二、計算及證明題：(需要寫出演算或證明過程，只寫答案不予計分)

1. 符號  $[a]$  表示為不大於  $a$  的最大整數，則  $\left[ \sum_{k=1}^{729} k \frac{1}{3} \right]$  之值為何？(10%)

(背面有題 續翻背面)

系所別：數學、物理、光電與通訊工程、電子工程、軟體工程等學系二年級

科 目：微積分

2.  $\int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^1 e^x dx dy = ?$  (10%)

3. Evaluate (a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-7}{[x+6]}$ , where  $[\cdot]$  is Gaussian function. (6%)

(b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1-\sqrt{x})(1-\sqrt[3]{x}) \cdots (1-\sqrt[n]{x})}{(1-x)^n}$  (6%)

4. Find  $a$  such that  $f(x) = \begin{cases} \frac{ax^2 - x - a + 1}{x-1} & x \neq 1 \\ 7 & x = 1 \end{cases}$  is continuous at 1. (7%)

5. (1)  $f$  is continuous on  $[a, b]$  (2)  $f$  is differentiable in  $(a, b)$  (3)  $f'(x) > 0, \forall x \in (a, b)$

Prove that  $f$  is strictly increasing on  $[a, b]$  (7%)

6. Evaluate

(a)  $\int_0^{\pi/2} \ln \sin x dx$  (6%)

(b)  $\int \frac{1}{1+e^x} dx$  (6%)

7. Evaluate

(a)  $\int_0^\pi \int_x^\pi \frac{\sin y}{y} dy dx$  (6%)

(b)  $\int_0^1 \frac{x^b - x^a}{\ln x} dx$  (6%)