

# 國立高雄師範大學 104 學年度學士班轉學生招生考試試題

系所別：數學、物理、光電與通訊工程等學系二年級

科目：微積分（全一頁）

※注意：1.不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在答案卷上，於本試題上作答者，不予計分。

2.限用藍色或黑色之鋼筆、原子筆作答，以鉛筆或其他顏色作答者不予計分。

## 一、填充題

1. Find the values of the following problems :

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\tan^{-1} \sqrt{x})^2}{x\sqrt{x+1}} = \underline{\hspace{2cm}} \quad (10\%)$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow e^+} (\ln x)^{1/(x-e)} = \underline{\hspace{2cm}} \quad (10\%)$$

2. Evaluate the following integral formulas :

$$(1) \int \ln(a^2 + x^2) dx = \underline{\hspace{2cm}} \quad (10\%)$$

$$(2) \int \sin 3x \cos 5x dx = \underline{\hspace{2cm}} \quad (10\%)$$

## 二、計算題

1. Which of the following series converge, and which diverge?

$$(1) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1 + \ln n}{n^2 + 5} \quad (5\%) \qquad (2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n n! n!}{(2n)!} \quad (5\%)$$

2. Find  $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx$ . (15%)

3. Let  $f(x) = \sin x$ . Find  $f^{(n)}(x)$ ,  $n \in \mathbb{N}$ . (15%)

4. Let  $f(x) = \begin{cases} x^6, & \text{if } x \in Q \\ x^8, & \text{if } x \notin Q \end{cases}$  ( $Q$ : the set of rational numbers). Find  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ . (10%)

5. If  $g(x) = \begin{cases} \frac{kx^2 - x - k + 1}{x - 1}, & \text{if } x \neq 1 \\ 5, & \text{if } x = 1 \end{cases}$  is continuous at  $x = 1$ , find  $k$ . (10%)