國立高雄師範大學 101 學年度學士班轉學生招生考試試題

系所別：數學、物理、光電與通訊工程、電子工程、軟體工程等學系二年級

科　目：微積分

※注意：1.不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在答案卷上，於本試題上作答者，不予計分。

2.限用藍色或黑色之鋼筆、原子筆作答，以鉛筆或其他顏色作答者不予計分。

一、 填空題：（每題 5%，共 30%；*不需要*寫出演算過程）

1. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \dfrac{1-\cos(1-\sin x)}{(x-\frac{\pi}{2})^4} =$ ________________

2. 符號 $[a]$ 表示為不大於 a 的最大整數， $\lim\limits_{x\to 0^+} x^3[\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{x^3}] =$ __________

3. If $f(x)=\begin{cases} e^x+ax, & x<0 \\ b(x-1)^2, & x\geq 0 \end{cases}$ is differentiable at 0, then (a, b) = ________

4. What is the interval of convergence of the power series $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{x^n}{(n+1)2^n}$? __________

5. Find the minimum value of $f(x,y)=4x^2+9y^2$, subject to $2x+3y=6$. __________

6. If $|x|<1$, then find $\sum\limits_{n=2}^{\infty} n(n-1)x^{n-2} =$ ____________

二、計算及證明題：（*需要*寫出演算或證明過程，只寫答案不予計分）

1. 符號 $[a]$ 表示為不大於 a 的最大整數，則 $\left[\sum\limits_{k=1}^{729} k^{-\frac{1}{3}}\right]$ 之值為何？（10%）

（背面有題　續翻背面）

系所別：數學、物理、光電與通訊工程、電子工程、軟體工程等學系二年級

科　目：微積分

2. $\int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^1 e^{\frac{y}{x}} dxdy = ?$ （10%）

3. Evaluate （a）$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x-7}{[x+6]}$，where$[\cdot]$ is Gaussian function. （6%）

（b）$\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\left(1-\sqrt{x}\right)\left(1-\sqrt[3]{x}\right)\cdots\left(1-\sqrt[n]{x}\right)}{\left(1-x\right)^n}$ （6%）

4. Find a such that $f\left(x\right)=\begin{cases} \dfrac{ax^2-x-a+1}{x-1} & x\neq 1 \\ 7 & x=1 \end{cases}$ is continuous at 1. （7%）

5.（1）f is continuous on $\left[a,b\right]$ （2）f is differentiable in $\left(a,b\right)$ （3）$f'\left(x\right)>0$，$\forall x\in\left(a,b\right)$

Prove that f is strictly increasing on $\left[a,b\right]$ （7%）

6. Evaluate

（a）$\int_0^{\pi/2} \ln\sin x dx$ （6%）

（b）$\int \dfrac{1}{1+e^x} dx$ （6%）

7. Evaluate

（a）$\int_0^{\pi} \int_x^{\pi} \dfrac{\sin y}{y} dydx$ （6%）

（b）$\int_0^1 \dfrac{x^b - x^a}{\ln x} dx$ （6%）